NOVEMBER/DECEMBER 2024

FEMA55A/CEMA64A — GRAPH THEORY

SHANMUGA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE
LIBRARY

Time : Three hours Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. Define Peterson graph.
   பீட்டர்சன் வரைவு என்பதனை வரையறு.

2. Define Bipartite graph.
   இருதரப்பு வரைவு என்பதனை வரையறு.

3. Define line graph.
   ஒரு வரைவின் வரியை வரையறுக்கவும்.

4. What do you mean by Intersection graph?
   ஒரு வரைவின் குறுக்குவெட்டு என்றால் என்ன?

5. What is Connected graph?
   இணைக்கப்பட்ட வரைவு என்றால் என்ன?

6. Define block of a graph.
   ஒரு வரைவின் தொகுதியை வரையறுக்கவும்.

7. Define tree of a graph.

ஒரு மரம் வரைவு என்பதனை வரையறுக்கவும்.

8. Prove that there is no 3-connected graph with 7 edges.

7 விளிம்புகளுடன் 3-இணைக்கப்பட்ட வரைவு இல்லை என்பதை நிரூபிக்கவும்.

SHANMUGHA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

9. Define Eulerian graph.

யூலேரியன் வரைவு வரையறுக்கவும்.

10. Define closure of a graph.

ஒரு வரைவின் அடைவினை வரையறு.

SECTION B — ($5 \times 5 = 25$ marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Prove that any self complementary graphs has $4n$ or $4n+1$ points.

எந்தவொரு தன் நிரப்பி வரைவும் $4n$ அல்லது $4n+1$ புள்ளிகளை பெற்றிருக்கும் என நிறுவுக.

Or

(b) Prove that $\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$.

நிறுவுக : $\delta \leq \frac{2q}{p} \leq \Delta$.

G ஒரு (p, q) வரைவாக இருக்கட்டும், பின்வரும் அறிக்கைகள் சமமானவை

(அ) G ஒரு மரம்

(ஆ) G-ன் ஒவ்வொரு இரண்டு புள்ளிகளும் ஒரு தனித்துவமான பாதையால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன

(இ) G இணைக்கப்பட்டுள்ளது மற்றும் $p = q + 1$

(ஈ) G என்பது அசைக்ளிக் மற்றும் $p = q + 1$.

SHANMUGHA INDUSTRIES ARTS & SCIENCE COLLEGE LIBRARY

20. The following statements are equivalent for a connected graph G.

(a) G is Eulerian

(b) Every point of G has even degree

(c) The set of edges of G can be partitioned into cycles.

பின்வரும் அறிக்கைகள் இணைக்கப்பட்ட வரைவு Gக்கு சமமானவை.

(அ) G என்பது யூலேரியன்

(ஆ) G-ன் ஒவ்வொரு புள்ளியும் சம பட்டம் கொண்டது

(இ) G-ன் விளிம்புகளின் தொகுப்பை சுழற்சிகளாகப் பிரிக்கலாம்.

12. (a) Prove that every graph is an intersection graph.

ஒவ்வொரு வரைவும் ஒரு குறுக்குவெட்டு வரைவு.

Or

(b) Let G be a (p, q) graph. Then $L(G)$ is a (q, q_L) graph, where $q_L = \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{p} d_i^2\right) - q$.

G ஒரு (p, q) வரைவாக இருக்கட்டும், பின்னர் $L(G)$ என்பது (q, q_L) வரைவு. இங்கு $q_L = \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{p} d_i^2\right) - q$.

13. (a) If $\delta \geq k$, then G has a path of length K.

$\delta \geq k$ எனில் G ஆனது K நீளமுடைய பாதையை பெற்றிருக்கும் என நிறுவுக.

Or

(b) If G is not connected then $\overline{G}$ is connected.

G இணைக்கப்படவில்லை என்றால் $\overline{G}$ இணைக்கப்பட்டுள்ளது.

14. (a) For any graph P.T. G, $K \leq \lambda \leq \delta$.

எந்த வரைவிற்கும் G, $K \leq \lambda \leq \delta$ நிரூபி.

Or

(b) Every non-trivial tree 'G' has at least two vertices of degree 1.

ஒவ்வொரு அற்பமான மரமான Gக்கும் பட்டம் 1-ன் குறைந்தபட்சம் இரண்டு முனைகள் உள்ளன.

15. (a) If G is a graph in which the degree of every vertex is at least two then G contains a cycle.

G என்பது வரைவில் ஒவ்வொரு உச்சியின் அளவும் குறைந்தது இரண்டாக இருந்தால் G ஆனது ஒரு சுழற்சியைக் கொண்டிருக்கும்.

Or

(b) If G is a graph with $p \geq 3$ vertices and $\delta \geq \frac{p}{2}$, then G is Hamiltonian.

G என்பது $p \geq 3$ செங்குத்துகள் மற்றும் $\delta \geq \frac{p}{2}$ கொண்ட வரைவாக இருந்தால், G என்பது ஹாமில்டோனியன்.

SECTION C — ($3 \times 10 = 30$ marks)

Answer any THREE questions.

16. Under usual notations, define α and β. Also prove that $\alpha + \beta = P$.

வழக்கமான குறியீடுகளில் α மற்றும் β-வினை வரையறு. மேலும் $\alpha + \beta = P$ எனவும் நிறுவுக.

17. Let G and G' be connected graphs with isomorphic line graphs. Then G and G' are isomorphic unless one is K_3 and the other is $K_{1,3}$.

G மற்றும் G' ஐசோமார்பிக் வரி வரைவுகளுடன் இணைக்கப்பட்ட வரைவுகளாக இருக்கட்டும். ஒன்று K_3 ஆகவும் மற்றொன்று $K_{1,3}$ ஆகவும் இல்லாவிட்டால் G மற்றும் G' ஐசோமார்பிக் ஆகும்.

LIBRARY

18. Prove that a graph G with at least two points is bipartite iff all its cycles are of even length.

குறைந்தபட்சம் ஒரு புள்ளிகளை கொண்ட வரைவு இரு பிரிவினையாக இருப்பதற்கு அதனின் எல்லா சுழற்சிகளும் இரட்டை படை நீளம் கொண்டிருப்பதற்கு ஒப்பானது என நிறுவுக.

19. Let G be a (p, q) graph. Then the following statements are equivalent.

(a) G is a tree

(b) Every two points of G are joined by a unique length

(c) G is connected and $p = q + 1$

(d) G is acyclic and $p = q + 1$.